

CONHECENDO LOGARITMOS: utilizando como elemento de apoio didático a calculadora científica

Knowing logarithms: using as educational support scientific calculator

Fabiano Mota¹
Cristiane Bonatti¹

Resumo: Este trabalho relata uma aplicação de logaritmos, a fim de desenvolver o raciocínio dedutivo e conhecer os conceitos de logaritmos utilizando a calculadora científica. Para desenvolvimento da atividade, foram envolvidas duas turmas do segundo ano do Ensino Médio, sendo ministradas seis aulas em cada turma. Nas atividades, foram desenvolvidos cálculos de logaritmos em diferentes bases, aplicações das propriedades operatórias na resolução de equações, bem como simples aplicações de logaritmos nas diversas áreas do conhecimento científico de maneira a forçar a utilização da calculadora. Ao final das explicações, foram organizadas duas avaliações para verificar o desempenho dos alunos, visando à validação das explicações a fim de obter informações sobre o processo de ensino e aprendizagem pois, ao avaliarmos, não resgatamos apenas o conhecimento dos alunos, mas também a prática de sala de aula.

Palavras-chave: História dos logaritmos. Calculadora científica. Ensino-aprendizagem.

Abstract: This work describes an application of logarithms in order to develop deductive reasoning, know the logarithms of concepts using the scientific calculator. For development of the activity they were involved two second-year high school classes, where six classes were taught in each classroom. The activities logarithms calculating were developed in different databases, applications of operational properties in solving equations and simple applications of logarithms in different areas of scientific knowledge in order to force the use of the calculator. At the end of the explanations were organized two assessments to verify the performance of students, in order to validate the explanations and obtain information about the process of teaching and learning because, to evaluate not redeemed only students' knowledge, but also the practice as a teacher.

Keywords: History of logarithms. Scientific calculator. Teaching and learning.

Introdução

No desenvolvimento deste trabalho, apresenta-se o Logaritmo, tendo como foco a origem histórica, os principais matemáticos influenciadores para o conceito científico, suas principais aplicações no cotidiano. Apresenta-se, também, o relato de uma atividade prática de sala de aula desenvolvida com duas turmas de segunda série do Ensino Médio, pertencentes à Escola de Ensino Médio Dite Freitas, da rede pública do município de Tubarão/SC. Nas atividades de sala de aula, foram desenvolvidos cálculos de logaritmos em qualquer base, aplicações das propriedades operatórias na resolução de equações, bem como atividades envolvendo aplicações simples de logaritmos nas diversas áreas do conhecimento científico de maneira a estimular a utilização da calculadora científica, uma vez que logaritmos são um conteúdo importantíssimo dentro dos conteúdos programáticos dos currículos educacionais. Descreve-se a justificativa para o desenvolvimento deste estudo, as questões que norteiam este tema na concepção do pesquisador, os objetivos que se pretende alcançar, os procedimentos metodológicos utilizados na realização da pesquisa e a estrutura deste trabalho, explicitando os capítulos que serão descritos.

¹ Centro Universitário Leonardo Da Vinci – UNIASSSELVI. Rodovia BR 470, Km 71, no 1.040, Bairro Benedito. Caixa Postal 191. CEP 89130-000 – Indaial/SC. Fone (47) 3281-9000 – Fax (47) 3281-9090. Site: www.uniasselvi.com.br

Justificativa

Uma importante marca na história da matemática foi a descoberta dos logaritmos, pois “Não há nada mais trabalhoso em matemática do que as multiplicações, divisões, extrações de raízes quadradas e cúbicas de grandes números, as quais envolvem um grande desperdício de tempo, assim como são sujeitas a erros não confiáveis” (DOMINGUES, 2002, p. 38).

Até o final da década de 1970, os logaritmos ainda eram amplamente usados como uma ferramenta de cálculo, virtualmente inalterados desde os logaritmos comuns de Briggs de 1624. O advento das calculadoras de bolso tornou-os obsoletos, segundo Maor (2003).

As tecnologias de comunicação e informação foram evoluindo ao longo da história da humanidade. Desde o uso de marcas gravadas em madeira, seguido do surgimento da imprensa em 1439, até a atualidade, com o surgimento dos computadores.

No ensino de matemática, não podemos desconsiderar o uso das tecnologias de comunicação e informação tanto para aumentar a eficácia do ensino quanto para desenvolver no aluno o senso crítico, o pensamento dedutivo, a capacidade de observação, de pesquisa e estratégias de comunicação.

Nesse sentido, inserir o uso da calculadora nas aulas de matemática só vem contribuir para que as propostas citadas sejam cumpridas.

Neste contexto, as máquinas de calcular se tornam tão populares que as encontramos em todos os lugares, nas mãos de crianças, jovens e adultos. As pessoas que manuseiam a calculadora conhecem os procedimentos para realizar operações simples. Porém, poucas utilizam todas as potencialidades que a máquina oferece, então, a escola pode auxiliar o desenvolvimento dessas habilidades.

Problema

Os logaritmos são um tema bastante recomendado para ser desenvolvido com os alunos no Ensino Médio, tendo um grande número de aplicações na vida cotidiana. Desta forma, para conhecê-los são necessárias algumas questões:

Qual a origem dos logaritmos?

O que é o um logaritmo?

Quem são os precursores dos logaritmos?

No que se aplicam os logaritmos?

Numa sequência didática com logaritmos, a calculadora pode facilitar o aprendizado dos alunos?

Relata-se neste trabalho a história e origem, conceito e aplicações dos logaritmos, visando ajudar a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo, bem como contribuir para o desenvolvimento de processos cognitivos sobre os logaritmos, conhecer a história e origem dos logaritmos, conhecer os precursores dos logaritmos, conceituar os logaritmos, mostrar que a calculadora científica é uma ferramenta imprescindível na transmissão dos conceitos de logaritmos com alunos da segunda série do Ensino Médio.

Este é um trabalho que, no primeiro momento, desenvolve uma pesquisa do tipo descritiva, pois recorreremos a bibliografias para fundamentar teoricamente os conceitos necessários ao desenvolvimento do experimento. E, em um segundo momento, uma pesquisa do tipo experimental, desenvolvida para aplicar os conceitos de logaritmos, na resolução de problemas práticos, usando como ferramenta a calculadora científica.

Para a escolha das amostras, foram levadas em consideração as obras que tiveram grande utilização durante o período de formação acadêmica, principalmente, por perceber que os professores universitários de matemática recorrem a estes materiais como fonte de pesquisa bibliográfica, para elaboração de suas aulas.

Foi usado na pesquisa o livro didático *Matemática Contexto & Aplicações*, 2006, de Luiz Roberto Dante, da Editora Ática.

A descoberta dos logaritmos

Ao se findar o século XVI, um dos grandes desafios da matemática consistia em encontrar meios de simplificar os cálculos aritméticos, de livrá-los de erros, visando em especial às necessidades da astronomia.

Segundo Domingues (2002), com efeito, em 1544, Stifel publicara sua *Arithmetica Integra*, o mais importante tratado de álgebra da Alemanha do século XVI. Nele, aparece pela primeira vez o triângulo dos coeficientes do binômio, até os de ordem 17, inclusive a fórmula recorrente entre eles hoje conhecida como relação de Stifel. Ainda segundo Domingues (2002), aparece também o embrião da ideia de logaritmo.

Falar da invenção dos logaritmos nos remete a John Napier, nascido em 1550, na propriedade da família, no Castelo de Merchiston, próximo a Edimburgo, na Escócia. John Napier, também conhecido como Neper, não era matemático de profissão, porém, devido ao grande fascínio pela matemática, acabou criando algo que viria a revolucionar o mundo da matemática. De acordo com Boyer (2002 p. 213), “John Napier era um proprietário escocês, Barão de Murchiston, que administrava suas grandes propriedades e escrevia sobre vários assuntos. Interessava-se mais por alguns aspectos matemáticos, particularmente os que se referiam à computação e à trigonometria”.

Durante vinte anos, trabalhou na investigação dos logaritmos, mas só depois de definidos todos os processos para este cálculo é que veio a publicá-los, em 1614, três anos antes de sua morte, no livro *Mirific logarithmorum canonis descriptio* (uma descrição da maravilhosa regra dos logaritmos), no qual expõe uma ideia magnífica, hoje conhecida como as propriedades dos logaritmos. Essas propriedades indicam que multiplicá-los ou dividi-los é o mesmo que somar ou subtrair os respectivos expoentes, denominado logaritmo de N na base b, de maneira que seja possível expressar os números como uma potência de base escolhida, uma vez que fixa qualquer base b, resulta em N. Esta ideia teve sucesso imediato na Europa e aplicações principalmente no cálculo de órbitas planetárias.

Um grande interesse de Napier e de matemáticos da época era definir a base que seria mais conveniente para esta invenção. Foi quando o descobridor dos logaritmos encontrou um grande admirador entusiástico, o inglês Henry Briggs (1561-1631), professor de geometria do Colégio Gresham em Londres, que, de tão fascinado com a invenção de Napier, que se encontrava na Escócia, resolveu ir até lá, e assim conhecer pessoalmente o pai dos logaritmos.

No encontro, Briggs deu-lhe a ideia de optar pela base 10, pois esta seria mais útil, e para Domingues (2005, p. 2), “[...] considerando as propriedades da época, Briggs e Napier acertaram nessa opção [...]”, mas o segundo já não teria mais condições de continuar este trabalho, falecendo em 1617. Em 1624, Briggs construiu uma tabela para os logaritmos comuns, os de base 10, embora hoje, com o uso de máquinas de cálculo, as tábuas logarítmicas já não são mais utilizadas.

Napier morreu em sua propriedade no dia 3 de abril de 1617, com 67 anos de idade, sendo sepultado na igreja de St. Cuthbert, em sua cidade natal. Henry Briggs ficou na função de elaborar a tabela logarítmica com base 10. Outra obra de John Napier, após sua morte,

segundo Boyer (2002, p. 214): “O segundo de seus clássicos trados sobre logaritmos, o *Mirifici logarithmorum canonis constructio*, em que dava uma exposição completa dos métodos que usava para construir suas tabelas, apareceu postumamente em 1619. Por isso, recaiu sobre Briggs a tarefa de construir a primeira tabela de logaritmos comuns, ou briggsianos”.

Segundo Maor (2003, p. 22), “[...] as definições de Napier para determinar o cálculo dos logaritmos deixaram passar despercebida uma constante fundamental, que um século mais tarde, seria reconhecida como a base universal dos logaritmos”, hoje conhecida como base natural, tendo a simbologia $\ln x$, cuja base é o número e .

Um fabricante de relógios, o suíço Jobst Bürgi (1552-1632), assistente de Johannes Kepler, também construiu uma tabela de logaritmos para facilitar a multiplicação de grandes números em 1620. A discussão sobre quem foi o primeiro a inventar os logaritmos permanece até hoje, embora a prioridade oficial pertença a Napier por ter publicado seu trabalho seis anos antes de Bürgi. Assim, podemos dizer que, se a mão do homem é a primeira calculadora, as tabelas de logaritmos de Napier e Bürgi representam o primeiro computador de todos os tempos (MAOR, 2003)

Aplicação dos logaritmos

As aplicações dos logaritmos se dão às mais diversas áreas do conhecimento científico, dentre eles, na Biologia, como mostra o exemplo a seguir:

Exemplo 1:

Sabemos que o número de bactérias numa cultura, depois de um tempo t , é dado por $N = N_0 \cdot e^{rt}$, em que N_0 é o número inicial (quando $t = 0$) e r é a taxa de crescimento relativo. Em quanto tempo o número de bactérias dobrará se a taxa de crescimento contínuo é de 5% ao minuto?

Resolução:

Pelos dados do problema, a pergunta é:

em quanto tempo $N = 2N_0$?

Assim, temos:

$$\begin{aligned} N &= N_0 \cdot e^{rt} \Rightarrow 2N_0 = N_0 \cdot e^{0,05t} \Rightarrow 2 = e^{0,05t} \Rightarrow \ln 2 = \ln e^{0,05t} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \ln 2 = 0,05t \cdot \ln e \Rightarrow \ln 2 = 0,05t \Rightarrow t = \frac{\ln 2}{0,05} \end{aligned}$$

Calculando $\ln 2$ obtemos $\ln 2 = 0,6931$; portanto:

$$t = \frac{0,6931}{0,05} = 13,8 \text{ min} = 13 \text{ min } e \frac{8}{10} \text{ min} = 13 \text{ min } 48 \text{ s}$$

O número de bactérias dobrará em 13 minutos e 48 segundos.

O exemplo a seguir mostra uma aplicação no campo da radioatividade.

Em quantos anos 500g de uma substância radioativa, que se desintegra a uma taxa de 3% ao ano, se reduzirão a 100g? Use $Q = Q_0 \cdot e^{-rt}$, em que Q é a massa da substância, r é a taxa e t é o tempo em anos.

Resolução:
Sabemos que:

$$Q = Q_0.e^{-rt} \Rightarrow 100 = 500.e^{-0,03t}$$

que é equivalente a:

$$\frac{1}{5}e^{-0,03t} \Rightarrow \ln\left(\frac{1}{5}\right) = \ln e^{-0,03t} \Rightarrow \ln 1 - \ln 5 = -0,03t \cdot \ln e \Rightarrow -\ln 5 = -0,03t \Rightarrow \\ \Rightarrow t = \frac{\ln 5}{0,03} = \frac{1,6094}{0,03} \approx 53,6 \text{ anos}$$

Exemplo 2:

Uma aplicação muito utilizada também é na área de probabilidade e estatística como mostra o exemplo a seguir:

Na América Latina, a população cresce a uma taxa de 3% ao ano, aproximadamente. Em quantos anos a população irá dobrar se a taxa de crescimento continuar a mesma?

Resolução:

População do ano-base = P_0

População após um ano = $P_0(1,03) = P_1$

População após dois anos = $P_0(1,03)^2 = P_2$

População após x anos = $P_0(1,03)^x = P_x$

Supondo que a população dobrará em relação ao ano-base após x anos, temos:

$$P_x = 2P_0 \Rightarrow P_0(1,03)^x = 2P_0 \Rightarrow (1,03)^x = 2$$

Aplicando logaritmos, temos:

$$\log(1,03)^x = \log 2 \Rightarrow x = \frac{\log 2}{\log 1,03} \Rightarrow x \approx \frac{0,30103}{0,01284} \approx 23$$

A população dobrará em 23 anos aproximadamente.

Na área de química, os logaritmos também são muito utilizados devido a sua grande importância nos cálculos.

Em química, define-se o pH de uma solução como o logaritmo decimal (base 10) do inverso da respectiva concentração de H_3O^+ (íon hidrônio). O cérebro humano contém um líquido cuja concentração de H_3O^+ é $4,8 \cdot 10^{-8}$ mol/l (em média). Qual será o pH desse líquido?

Resolução:

De acordo com a definição e os dados do problema, temos:

$$\text{pH} = \log_{10} \left(\frac{1}{4,8 \cdot 10^{-8}} \right) = \log_{10} 1 - \log_{10} (4,8 \cdot 10^{-8}) \\ \Rightarrow \log_{10} 1 - \log_{10} 4,8 - \log_{10} 10^{-8} \Rightarrow 0 - \log_{10} 4,8 - (-8) \Rightarrow 8 - \log_{10} 4,8$$

Para logaritmos como esse, existem três formas de cálculo, que serão estudadas a seguir:

- Com o auxílio da calculadora.
- Com aplicação de tabelas de valores (tabelas de logaritmos).
- Por meio de alguns logaritmos dados.

Com a difusão do uso da calculadora, a utilização das tabelas de logaritmos hoje está praticamente abolida.

Podemos também resolver o problema do líquido cerebral que vimos acima: usando a calculadora, obtemos $\log 4,8 \simeq 0,681241$,

Assim, $\text{pH} = 8 - 0,681241 \simeq 7,3$

O exemplo a seguir é um exemplo típico da aplicação de logaritmos na área financeira, muito utilizada em bancos e empresas.

A expressão $M = A(1+i)^n$ nos permite calcular o montante M , resultante da aplicação do capital A a juros compostos, à taxa anual i , ao completar um período de n anos.

Nessas condições, se o capital de R\$800.000,00 for aplicado a juros compostos e à taxa anual de 12%, após quanto tempo da aplicação serão obtidos juros no valor de R\$700.000,00?

A calculadora em sala de aula

Para Costa (2004, p. 86), é importante que entendamos, claramente, que a introdução de calculadoras e de computadores não é meramente uma questão metodológica. Em função da tecnologia disponível, surgem novas possibilidades para a educação matemática, dentre elas, a abordagem de temas ligados ao raciocínio qualitativo que se desenvolveram na segunda metade do século XX, como a estatística, as probabilidades, a modelagem.

A educação nessa transição não pode focalizar a mera transmissão de conteúdos obsoletos, na sua maioria desinteressantes e inúteis, e inconsequentes na construção de uma nova sociedade. Há muito mais na missão de educador do que ensinar a fazer contas ou a resolver equações e problemas absolutamente artificiais, mesmo que, muitas vezes, tenha a aparência de estar se referindo a fatos reais (D'AMBROSIO, s.d.).

Borba (1999) afirma que a disponibilidade de recursos tecnológicos em sala de aula pode alterar o pensamento matemático de alunos e professores. Esse pensamento é reorganizado quando um recurso é incorporado ao seu cotidiano.

Observamos em nossa realidade que o problema não está associado à falta de acesso à informação e sim à pouca capacidade crítica e procedimental para lidar com a variedade e quantidade de informações e recursos tecnológicos. Conhecer e saber usar as tecnologias implica a aprendizagem de procedimentos para utilizá-las. A escola tem importante papel a cumprir na sociedade, ensinando os alunos a se relacionar de maneira seletiva e crítica com o universo de informações a que tem acesso no seu cotidiano.

Para Silva (2000, p. 29), a escola, enquanto organismo social, tem sido reprodutora. Acreditá-la neutra é isentar-se da responsabilidade de sua função social, que pode propiciar condições, preparando e instrumentalizando seus alunos, para que participem e atuem no processo de transformação da sociedade.

A tarefa docente de vincular cada tema ao conteúdo matemático remete-o não só à pesquisa da aplicabilidade dos mesmos, das novas teorias de aprendizagem, do contexto no qual o educando está inserido, mas também à própria reestruturação de suas concepções e capacidades, observando sua nova função frente ao momento educativo.

O desafio proposto demanda uma nova concepção do que seja matemática, pois este é fator determinante das ações metodológicas subsequentes.

Conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998 p. 29):

Numa reflexão sobre o ensino da Matemática é de fundamental importância ao professor:

- identificar as principais características dessa ciência, de seus métodos, de suas ramificações e aplicações;
- conhecer a história de vida dos alunos, sua vivência de aprendizagens fundamentais, seus conhecimentos informais sobre um dado assunto, suas condições sociológicas, psicológicas e culturais.
- ter clareza de suas próprias concepções sobre a Matemática, uma vez que a prática em sala de aula, as escolhas pedagógicas, a definição de objetivos e conteúdos de ensino e as formas de avaliação estão intimamente ligadas a essas concepções.

Segundo D'Ambrosio (s.d.), a matemática tem sido concebida e tratada pelos professores como um conhecimento congelado, criando barreiras entre o educando e o objeto de estudo por não possuir a dinâmica do mundo no qual está inserido.

Cabe ao docente compreender e incorporar que educar contribui para a construção da cidadania, é comprometer-se, oferecendo aos alunos a instrumentalização necessária para que possam intervir na sua própria realidade, transformando-a.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997) nos fornecem três diretrizes orientando nesse comprometimento de posicionar-se em relação às questões sociais e interpretar a tarefa educativa como uma intervenção na realidade no momento presente; não tratar os valores apenas como conceitos ideais; incluir uma perspectiva no ensino dos conteúdos das áreas de conhecimento escolar.

Para Costa (2004), nessa perspectiva, encontramos tentativas de utilizar os computadores para auxiliar no processo de ensino e aprendizagem das diversas disciplinas que compõem o currículo escolar. Algumas escolas utilizam ambientes computacionais que não foram desenvolvidos com objetivos educacionais, como, por exemplo, o Excel (software para construção de planilhas eletrônicas, da Microsoft Corporation) e softwares produzidos especificamente para potencializar a aprendizagem de determinados conceitos matemáticos, os softwares educacionais, como o Cabri Géomètre, por exemplo.

A aplicação da atividade de sala de aula

A calculadora de bolso nos dias atuais é um instrumento de fácil acesso a qualquer pessoa. Usada principalmente por comerciantes e pequenos empresários no dia a dia dos seus negócios. Na escola, sua utilização, ainda, não tem atingido a maturidade desejada, talvez causado por fatores de insegurança do professor em poder utilizá-la ou não em sala de aula. Sabemos que já vai longe o tempo em que se discutia se os alunos podem ou não usá-la, pois os alunos a têm em mãos com a maior facilidade. O importante é saber a melhor forma de tirar proveito dessa ferramenta tecnológica, tão valiosa e necessária no ambiente de trabalho do cidadão.

Dentro deste contexto, uma atividade de sala de aula com a calculadora científica foi desenvolvida com duas turmas de segunda série do Ensino Médio, pertencentes à Escola de Ensino Médio Dite Freitas, da rede pública do município de Tubarão/SC. Foram ministradas seis aulas em cada turma, de maneira a aplicar os conceitos de logaritmos de forma rápida e prática. Convém salientar que os alunos de aplicação da atividade já possuíam um conhecimento prévio dos conceitos de logaritmos, portanto, todo experimento teve como suporte a calculadora. Assim, pode-se perceber a satisfação dos aprendizes em compreender uma nova forma de trabalhar com os logaritmos.

A experiência

A aplicação do experimento teve seu início no dia 24 de outubro de 2013, das treze horas e trinta minutos às dezessete horas e trinta minutos, com as turmas 206 e 207, da 2ª série do Ensino Médio, totalizando 51 alunos. A atividade foi aplicada com duas turmas porque tínhamos um número de alunos maior. Dessa forma, daríamos oportunidade a uma maior quantidade de discentes de conhecer uma calculadora científica, exigindo uma quantidade grande de atendimento individual, e porque o professor tem duas turmas, assim, com a escolha de uma delas poderíamos estar privilegiando ou mesmo discriminando uma delas. Neste contexto, procuramos desenvolver as mesmas atividades para evitar comparação entre os alunos e porque não temos o objetivo de comparação entre os dados obtidos.

Nas atividades desenvolvidas na sala de aula, trabalhou-se inicialmente com uma pequena revisão dos conceitos básicos de logaritmos porque, como já foi dito anteriormente, os alunos já possuem um conhecimento prévio do conteúdo, portanto, basicamente trabalhamos com cálculos de logaritmos em qualquer base, aplicações das propriedades operatórias na resolução de equações, bem como atividades envolvendo aplicações simples de logaritmos nas diversas áreas do conhecimento científico de maneira a forçar a utilização da ferramenta proposta e logaritmos neperianos, que vêm de encontro às funções da calculadora científica. As atividades foram apresentadas sempre com um grau crescente de dificuldade, individualizadas, mas posteriormente os alunos poderiam discutir as estratégias de resolução e conferir os resultados, em grupo. Durante a aplicação, houve a preocupação, juntamente com o professor titular das turmas, de circular entre os alunos para acompanhar, ajudar, instigar, fazer perguntas, destacar as ideias fundamentais e sentir as dificuldades dos alunos, que não foram poucas. Cabe destacar que houve um enorme envolvimento dos alunos com cada questão proposta, tendo que retomar os mesmos assuntos por várias vezes, mas gratificante pelo interesse despertado nos educandos.

Foi dada a oportunidade a todos os alunos de entrar em contato com a calculadora científica porque levamos para a sala de aula as 30 calculadoras do Laboratório de Matemática do Curso de Matemática da Uniasselvi, porque a maioria dos alunos não possuía a ferramenta ou tinha entrado em contato com esta, o que ficou claro nos resultados obtidos com a pesquisa realizada no final da aplicação.

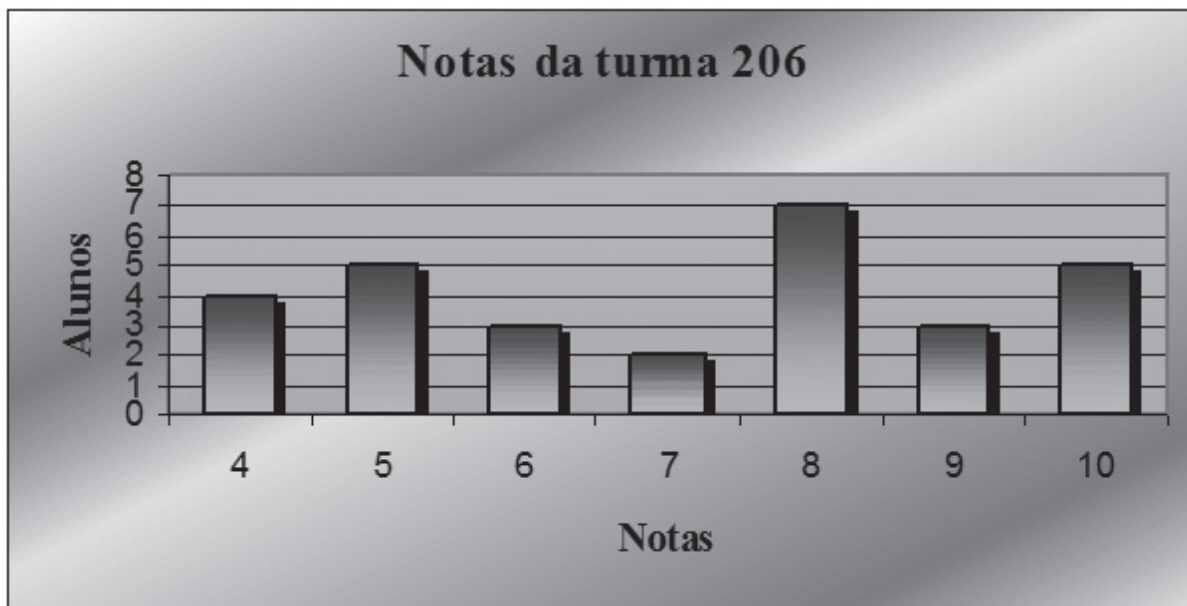
Nas duas primeiras aulas, conseguiu-se apenas inserir a necessidade de utilização de logaritmos nas diversas áreas do conhecimento e cálculos básicos de logaritmos envolvendo propriedades operatórias, gerado talvez pela quantidade de vezes que foi necessário parar para ensinar os procedimentos de utilização do teclado da calculadora, o que é normal para uma atividade deste tipo.

As duas aulas seguintes que ocorreram no dia 5 de novembro de 2013, foi trabalhado com cálculos de logaritmos decimais, logaritmos neperianos e também foram realizadas atividades com potências na base 10, usando a calculadora científica.

Mesmo dando a impressão de repetitividade nas atividades nas quatro aulas desenvolvidas até aquele momento, revisamos os conteúdos nas duas aulas seguintes, realizadas no dia 12 de novembro de 2013, em que estavam previstas avaliações das atividades desenvolvidas durante a aplicação do experimento. Neste dia, duas avaliações para verificar o desempenho dos alunos foram realizadas, visando à validação do experimento, conseqüentemente, obter informações sobre o processo de ensino e aprendizagem como um todo, ou seja, não apenas sobre o desempenho dos alunos em conceitos de logaritmos e/ou utilização da calculadora, mas também, a prática de sala de aula, pois a avaliação deve ser vista como um instrumento dinâmico de acompanhamento pedagógico do aluno e do trabalho do professor.

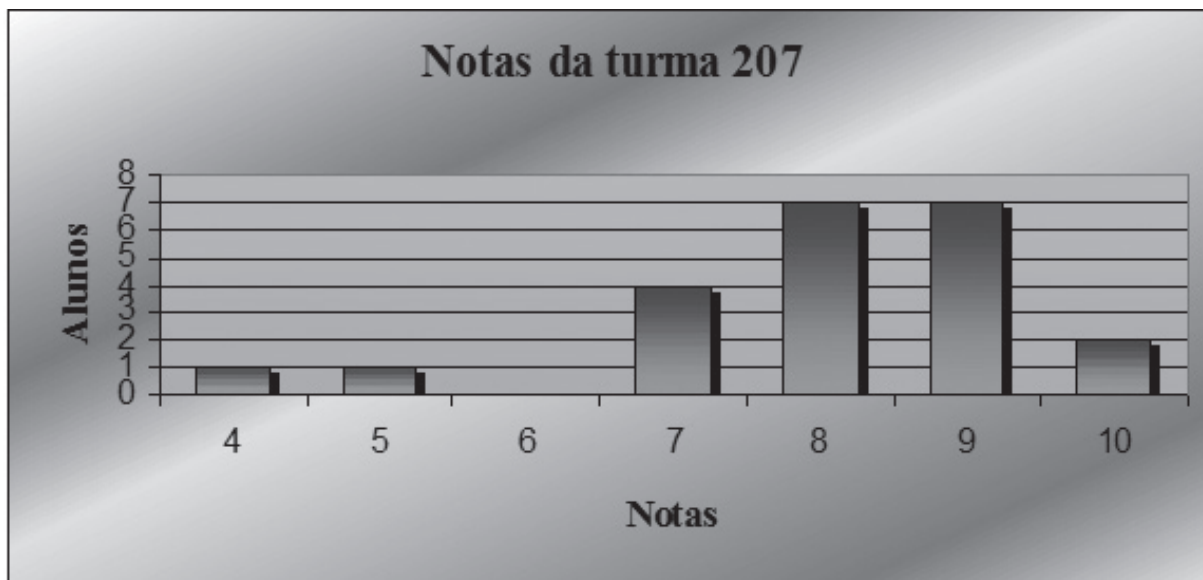
Uma forma mais específica para medir o desempenho referente ao aprendizado dos conceitos do conteúdo em questão, na qual constatou-se que 9,8% dos alunos obtiveram média inferior a cinco pontos, 29,42% entre cinco e sete e 60,78% acima de sete, conforme é apresentado nos gráficos a seguir:

Gráfico 1. Notas da turma 206



Fonte: Os autores (2015)

Gráfico 2. Notas da turma 207



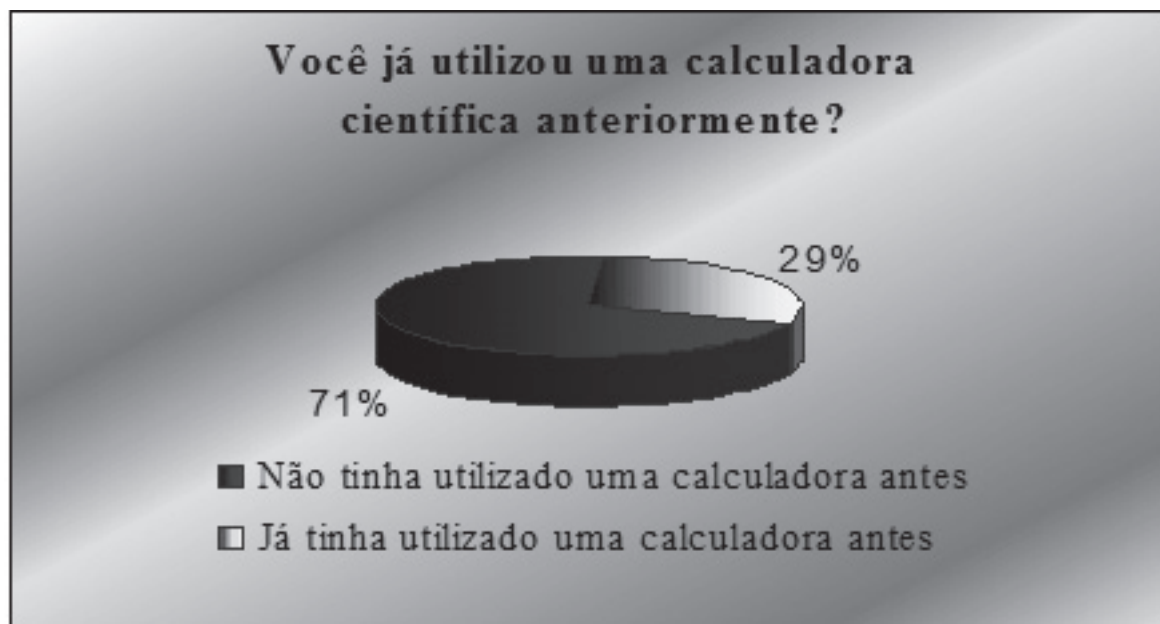
Fonte: Os autores (2015)

Diante do quadro, considera-se um aproveitamento muito bom, tratando-se de algo novo e inusitado, para os alunos.

A segunda avaliação foi realizada para medir os procedimentos utilizados no experimento, gerando informações bastante interessantes do ponto de vista processual, com destaque: “Você já tinha utilizado antes dessas aulas, uma calculadora científica?”. A resposta foi desanimadora, pois apenas 29% dos 51 alunos investigados utilizaram em seu caminho escolar. Ou seja, 71%

dos alunos passaram cerca de dez anos de estudos sem ter utilizado uma calculadora científica, como mostra o gráfico a seguir:

Gráfico 3. Utilização da calculadora científica em aulas anteriores



Fonte: O autor (2015)

Não é objetivo principal, deste trabalho, discutir a porcentagem de alunos que conhecem uma calculadora científica, mas é uma questão que merece uma reflexão, que talvez passe pela grande quantidade de professores que ainda ficam discutindo a utilização desta ferramenta em sala de aula e não refletindo em como melhor utilizar esta tecnologia em benefício da aprendizagem dos alunos. É uma ferramenta que está no meio social há algum tempo tratando-se da evolução tecnológica que temos hoje e de fundamental importância para a sociedade, levando em consideração que formamos o nosso aluno para atuar no mundo do trabalho de maneira abrangente.

Outro dado interessante é: “Você sabe utilizar as funções da calculadora: log, ln e y^x ?”. 96% dos alunos responderam entre BEM e RAZOÁVEL, sendo que apenas 4%, responderam que sabiam utilizar POUCO as funções da calculadora, em estudo neste trabalho, mostrando que é possível ensinarmos matemática, especificamente logaritmos, utilizando a calculadora sem nos preocuparmos de que estamos limitando o raciocínio dedutivo do aluno. Fica claro que a calculadora é, tão somente, o elo entre o conhecimento científico e o aprendizado do aluno, ou seja, o recurso tecnológico motivador de todo processo.

A avaliação, também, possibilitou identificarmos comentários a respeito das aulas/atividades desenvolvidas com a calculadora, destacando-se os seguintes: “Achei as aulas interessantes, pois aprendemos que podemos fazer com que contas difíceis fiquem simples quando desenvolvidas com a calculadora”. “Achei que as aulas foram bem interessantes, pois eu nunca havia trabalhado com uma calculadora científica antes”. “As aulas foram de bom aproveitamento, pois aprendi a calcular logaritmos usando a calculadora, o que facilita bastante os cálculos”.

Perguntamos, na avaliação, se os alunos gostaram das aulas com a utilização da calculadora. O resultado foi estimulante, pois todos os alunos responderam que “sim”, gostaram das aulas com a utilização da calculadora.

Com a investigação realizada, podemos observar que, por meio dela, tivemos uma enorme satisfação sobre o trabalho realizado, pois 96% dos alunos responderam que sabem utilizar bem ou razoável as funções **log**, **ln** e **y^x** da calculadora, e apenas 4% não sabem utilizar essas funções, sendo que as aulas foram basicamente em função dessas teclas.

Foram também realizadas perguntas com relação ao cálculo de logaritmos, como do tipo: “Você sabe calcular os logaritmos **log 72**, **ln 72** e **log217?**”. O resultado não podia ser muito diferente do anterior, pois 86% dos alunos disseram que sabem calcular esses logaritmos, e apenas 14% não sabem calcular.

Considerações finais

O trabalho possibilitou constatar que a origem dos logaritmos está associada a John Napier. Com a descoberta dos logaritmos, John Napier contribuiu consideravelmente para findar em partes o que a astronomia chamava de grande desafio da matemática, que era encontrar meios de simplificar os cálculos aritméticos e de escoimá-los, pois até mesmo para Napier, o precursor dos logaritmos, não havia nada mais trabalhoso em matemática do que as multiplicações, divisões, extrações de raízes quadradas e cúbicas de grandes números, as quais envolviam um grande desperdício de tempo, assim como eram sujeitas a erros e resultados não confiáveis.

Verificou-se, dessa forma, que a abordagem de Napier para eliminar o fantasma das longas multiplicações e divisões baseia-se na associação a termos de uma progressão geométrica $b, b^2, b^3, b^4, \dots, b^m, \dots, b^n, \dots$ e os da progressão aritmética $1, 2, 3, 4, \dots, m, \dots, n, \dots$, então o produto $b^m b^n = b^{m+n}$ e dois termos da primeira progressão está associado à soma $m + n$ dos termos correspondentes da segunda progressão.

Esta mesma história dos logaritmos traz consigo a criação dos logaritmos por Napier, mas não deixa de considerar grandes nomes no mundo da matemática, como em 1544, Stifel, que publicara sua *Arithmetica Integra*, o mais importante tratado de álgebra da Alemanha do século XVI, onde aparece o embrião dos logaritmos, também do inglês Henry Briggs, o suíço Jobst Bürgi, e Johannes Kepler, que muito contribuíram para a história sobre a origem dos logaritmos.

A história nos conta que com o feito de John Napier, na época, os logaritmos revolucionaram o mundo da matemática e até hoje são muito utilizados nas mais diversas áreas do conhecimento, como na química, biologia, estatística, probabilidade, financeira, dentre outras.

Por meio da literatura, constatou-se que a presença das tecnologias provoca mudanças na dinâmica da sala, portanto, exige do professor novos conhecimentos e ações. Assim, cabe ao professor preparar-se e decidir como e quando utilizá-las, tendo em vista a importância que estes recursos tecnológicos trazem para educação. Nesse sentido, a calculadora pode ser considerada um recurso valioso para a sala de aula.

O trabalho tem como um dos seus objetivos mostrar que a inserção de recursos tecnológicos, especificamente a calculadora científica, pode ser uma ferramenta imprescindível na transmissão dos conceitos de logaritmos com alunos da segunda série do Ensino Médio. Dessa forma, observamos que a introdução de calculadoras e de computadores não é meramente uma questão metodológica, mas uma possibilidade para educação matemática, dentre elas, as abordagens de temas relacionados ao raciocínio quantitativo, como a estatística, a probabilidade e a modelagem.

A razão de ser da utilização das novas tecnologias, na educação, está relacionada ao direito ao acesso e à ampla alfabetização tecnológica, associada a atividades essenciais, tais

como: aprender a ler, escrever, compreender textos, entender gráficos, contar, desenvolver noções espaciais.

Assim, no planejamento das atividades com as máquinas, é razoável considerar que sua função não é eliminar a necessidade de realizar as operações com lápis e papel, mas de permitir uma maior liberdade de movimentação em determinados contextos em que a execução de cálculos com uso dos algoritmos convencionais toma um tempo demasiado longo e exige um esforço desanimador. Enfim, defende-se a ideia de que quando usada de modo planejado, a calculadora não inibe o pensar matemático, pelo contrário, tem efeito motivador na resolução de problemas, estimula processos de estimativa e cálculo mental, dá chance ao professor de propor problemas com dados reais e auxilia na elaboração de conceitos. Enfim, o uso deste recurso ofereceu possibilidades de mudanças em sala de aula.

Defende-se a ideia de que quando usada de modo planejado, a calculadora não inibe o pensar matemático, pelo contrário, tem efeito motivador na resolução de problemas, estimula processos de estimativa e cálculo mental, dá chance aos professores de proporem problemas com dados reais e auxilia na elaboração de conceitos e na percepção de regularidades.

Por meio da literatura, constatou-se também que existem professores que não permitem o uso da calculadora em suas aulas. Diante deste fato, uma sugestão para o desenvolvimento de um trabalho futuro é a aplicação de uma pesquisa com professores para saber se este recurso está ou não sendo utilizado em sala de aula. Se o resultado for, em maior escala, para o não uso da calculadora, apontar aos professores que resistem à sua incorporação meios de utilização favorável, tendo em vista a importância desta tecnologia para o cidadão do futuro.

Na aplicação do experimento com as duas turmas, 206 e 207, da 2ª série do Ensino Médio, pertencentes à Escola de Ensino Médio Dite Freitas, da rede pública do município de Tubarão/SC, verificou-se que a utilização das calculadoras na escola pode ser altamente benéfica, desde que bem planejada e com um razoável conhecimento acerca de suas possibilidades e limitações.

Na avaliação realizada para medir o desempenho referente ao aprendizado dos conceitos do conteúdo, constatou-se que aproximadamente, 30% dos alunos obtiveram notas entre cinco e sete e 60% acima de sete, considerando-se um aproveitamento muito bom, tratando-se de algo novo para os alunos.

Com relação à avaliação que foi realizada para medir os procedimentos utilizados no experimento, dados bem mais interessantes chamaram atenção, mostrando que 71% dos alunos passaram cerca de dez anos de estudos sem ter utilizado uma calculadora científica. Outro resultado interessante é que 96% dos alunos responderam que aprenderam a utilizar as funções da calculadora: log, ln e y^x , deixando claro que a calculadora pode ser uma alternativa metodológica interessante e motivadora para os alunos em sala de aula, respaldado pela resposta sobre se gostaram das aulas com a calculadora, em que todos responderam que sim.

Referências

ABELLÓ, Frederic Udiana. **Aritmética Y Calculadoras**. Madri: Editorial Síntesis, 1992.

ARAÚJO, Denise Alves de. Calculadoras e Outras Geringonças na Escola. **Revista Presença Pedagógica**, v. 8 (47). Belo Horizonte: Ed. Dimensão, 2002.

BORBA, Marcelo C. Tecnologias Informáticas na Educação Matemática e Reorganização do Pensamento. In: _____. BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (org). **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas**. São Paulo: UNESP, 1999. p.285-295.

BOYER, Carl Benjamin. **História da matemática**. 2. ed. São Paulo: Edgard Blucher, 2002.

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares**: Apresentação dos temas transversais e ética. Brasília: MEC/SEF, 1997.

_____. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

COSTA, Gilvan Luiz Machado. **Recursos tecnológicos e o ensino da Matemática**. Universidade do Sul de Santa Catarina – UNISUL. Tubarão: UNISUL, 2004.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática, contexto e aplicações**. 3. ed. São Paulo: Ed. Ática, 2006.

DOMINGUES, Hygino H. **Introdução à história da matemática**. 3. ed. Campinas: Editora da Unicamp, 2002.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **O Uso da Calculadora**. Disponível em: <<http://www.sbem.com.br/calc.doc>>. Acesso em: 2 jun. 2006.

FENAME, Fundação Nacional de Material Escolar. **Tábua de logaritmos**. 5. ed. Ministério da Educação e Cultura. Rio de Janeiro: Ed. CLY, 1973.

GUELLI, Oscar. **Matemática**: uma aventura do pensamento. Livro do Professor, 6ª série. São Paulo: Ática, 2002.

IEZZI, Gelson, DOLCE, Osvaldo, MURAKAMI, Carlos. **Fundamentos da matemática elementar**. vol. 2. 8. ed. São Paulo: Ed. Atual, 2001.

LIBÂNEO, José Carlos. **Adeus Professor, Adeus Professora?** Novas Exigências Educacionais e Profissão Docente. 6. ed. São Paulo: Cortez, 2000.

LOPES, Antônio José. Explorando o uso das calculadoras no ensino de matemática para jovens e adultos. In: _____. **Alfabetização e Cidadania**. Caderno nº6. São Paulo: Secretaria Municipal de Educação, 1997.

MAOR, Eli. **A História de um Número**. Editora Record. Rio de Janeiro. 2003.

SILVA, Carla Ferdinanda G. A. Matemática e temas transversais. **Revista do Professor**, v. 16 (63): 2000.

Artigo recebido em 15/06/16. Aceito em 18/08/16.